

試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません

令和4年度個別学力検査(前期日程)

総合問題

試験時間 100分

下記の解答方法にしたがって解答しなさい。

問題番号	科目	解答方法	ページ
問題 1	英語	全員解答すること	1～4
問題 2	物理	左記の4科目のなかから2科目を選択し、解答すること	5～8
問題 3	化学		9～11
問題 4	生物		12～18
問題 5	数学		19～20

注意事項

- 1 解答用紙に、受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 2 解答は、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 3 解答用紙には、うら、おもてにかかわらず、解答と受験番号のほかは、いっさい書入してはいけません。
- 4 問題1～問題5の解答用紙については、追加の配布は行いません。
- 5 本冊子の余白と、解答用紙についている白紙は、計算・下書き用のものです。
- 6 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 7 本冊子は、持ち帰りなさい。

問 題 訂 正

訂正箇所	<p>問題5 (数学)</p> <p>20ページ 問3 上から8, 9行目(下線箇所)</p>
誤	<p>線 C_n と C で囲まれた図形の面積を S_n とする。放 物線 C_n と C が接する。または・・・</p> <p style="text-align: center;">—</p>
正	<p>線 C_n と C で囲まれた図形の面積を S_n とする。放 物線 C_n と C が接する, または・・・</p> <p style="text-align: center;">—</p>

問題 1 (英 語)

Read the text and answer the questions.

著作権の関係上、表示できません。

著作権の関係上，表示できません。

著作権の関係上、表示できません。

Modified from

<https://scitechdaily.com/space-lettuce-growing-nutritious-and-safe-crops-for-long-distance-space-missions/> and https://en.wikipedia.org/wiki/Vegetable_Production_System

Questions

1. Choose the most suitable word for blank (1) from the following.
heavier / higher / lower / deeper
2. Change the underlined word (2) into the correct form.
3. Put the words in the underlined part (3) in correct order.
4. Choose the most suitable word for blank (4) from the following.
there / which / what / where

5. Change the underlined word (5) into the correct form.
6. What is the most suitable word for blank (6)?
7. Fill the blanks in the underlined sentence (7) with the following words.
levels / cells / chemicals / lettuces
8. Change the underlined word (8) into the correct form.
9. Put the words in the underlined part (9) in correct order.
10. Fill the blanks in the underlined sentences (10) with the following words.
for / in / on / from
11. Change the underlined word (11) into the correct form.
12. According to the text, are the following statements true or false? If the statement is true, circle the letter T on the answer sheet. If it is false, circle the letter F.
 - A. One problem for NASA is how to freeze-dry foods for astronauts.
 - B. After 2019, there are at least 3 plans for long-distance space travel.
 - C. NASA wants fewer nutrients in the packaged foods for astronauts.
 - D. The researchers thought bacteria on the ISS vegetables would be different from microbes on Earth-grown crops.

問題 2 (物 理)

動物は筋肉や腱^{けん}などを使って運動する。ここでは例として、ジャンプの得意な昆虫の一種であるバッタの運動と、そのしくみについて考えてみよう。

以下、特に指示のない限り解答欄には答えのみを書きなさい。

図1のように、水平な地面上で、脚を曲げた状態で静止していた質量 m [kg] のバッタが、短時間 Δt [s] で急速に脚を伸ばしたところ、バッタの重心位置は d [m] だけ上昇した。その直後にバッタの脚は地面から離れ、バッタは地面から角度 θ [rad] の方向に速さ v [m/s] でジャンプした。

重力加速度の大きさを g [m/s²] とし、空気抵抗は無視する。また、バッタの脚を除いた部分は質点とみなし、脚の質量は無視する。

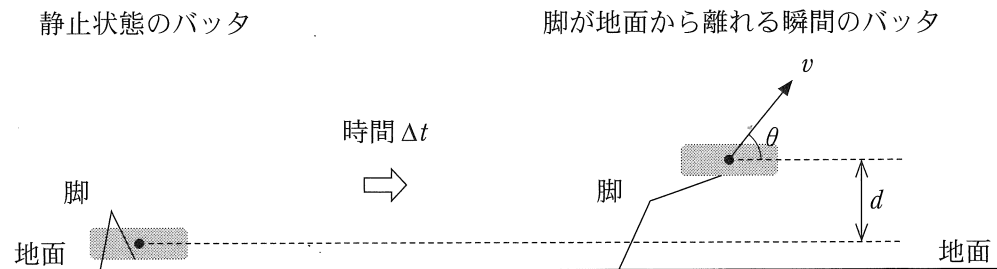


図1 バッタのジャンプ(黒い点はバッタの重心を表す)

問1 次のアに当てはまる数式、イおよびウに当てはまる等号(=)または不等号(>または<)を答えなさい。

バッタに働く重力の大きさを w [N] とすると、 $w = \boxed{\text{ア}}$ である。このとき、地面上で静止したバッタに地面から働く垂直抗力の大きさ n [N] は、 $n \boxed{\text{イ}} w$ となる。一方、バッタの重心が上昇を始めた直後においては、バッタに地面から働く垂直抗力の大きさ n' [N] は、 $n' \boxed{\text{ウ}} w$ となる。

次に、バツタが静止した状態から、脚が地面から離れる瞬間までの時間 Δt の間における運動に着目する。

問 2 この間の、バツタの力学的エネルギーの変化を求めなさい。

問 3 この間に、バツタが地面からされた仕事について、平均の仕事率を求めなさい。

問 4 この間の、バツタの運動量の変化について、その大きさを求めなさい。

問 5 この間に、バツタが地面から受けた平均の力について、水平方向と鉛直方向の成分の大きさをそれぞれ求めなさい。

脚が地面から離れた後、バツタは図 2 のように運動した。脚が再び地面に着いた瞬間のバツタの重心位置は、脚が地面から離れてジャンプした瞬間と比べて、 $d/2$ だけ下降した。

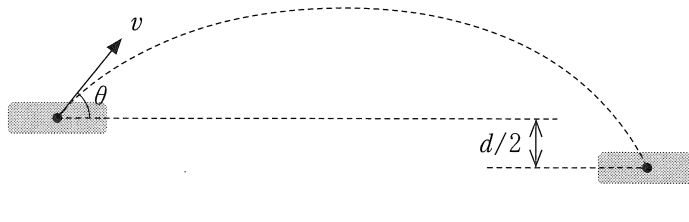


図 2 脚が地面から離れた後のバツタの運動

(曲線は運動の軌跡を模式的に表す。黒い点はバツタの重心を表す。なお、脚は省略してある。)

問 6 この運動におけるバツタの水平到達距離を求めなさい。

バツタのジャンプには、脚に蓄えられたエネルギー(弾性エネルギー)が使われる。ここでは特に腱に蓄えられた弾性エネルギーに着目する。腱は弾性を持ち、力を加えると伸び、力を除くともとの形にもどる。

図 3 のように、力を加えない状態での長さが L [m] の細い腱を考える。

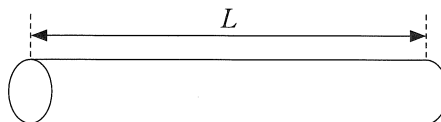


図 3 腱

この腱に力を加えて長さの方向に伸ばすとき、腱の長さや弾性力の大きさとの関係は、図4のようになるものとする。ここで、 F [N]は腱の長さが $2L$ のときに想定される腱の弾性力の大きさである。

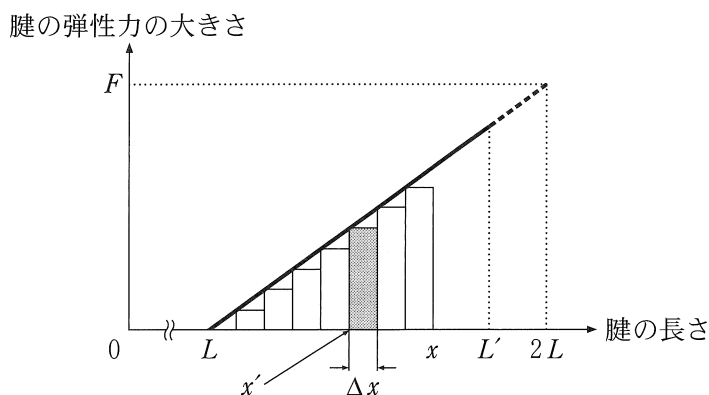


図4 腱の長さや弾性力の大きさとの関係

(グラフの実線部分は直線とし、破線は実線部分を延長したもの)

問7 次の空欄に当てはまる数式を答えなさい。

図4において、腱の長さが L から L' [m]までの範囲におけるグラフの傾きは である。よって、一般に腱の長さが x [m] ($L < x < L'$)のとき、腱の弾性力の大きさは、 となる。

腱の長さが x' [m] ($L < x' < L'$)の状態から、力を加えてわずかな長さ Δx [m]だけ腱をゆっくり伸ばす場合を考える。腱の伸びがわずかであることから、加えた力の大きさはほぼ一定であるとみなすと、この力が行った仕事は、図4において塗りつぶした長方形の面積で近似される。よって、腱の長さが L の状態から x の状態まで、力を加えて腱をゆっくり伸ばすとき、この力が行った仕事の合計は、同様の長方形の面積を足し合わせたもので近似される。これは、 Δx を極めて小さく取ると、図4におけるある領域の面積 と等しくなる。この仕事は、腱の弾性エネルギーとして蓄えられる。

問 8 図4のようなグラフは、腱の種類によって、一般にその傾きが異なる。ここで、傾きの違いが腱の伸びにくさの違いを表すと考えられることについて、その理由を簡潔に説明しなさい。

腱を伸ばす仕事は筋肉によって行われる。図5のように、筋肉はその内部にある化学エネルギーを使って腱を伸ばす仕事を行い、行われた仕事は腱の弾性エネルギーとして蓄えられる。使われた化学エネルギーのうち、腱の弾性エネルギーとして蓄えられなかった分はすべて、筋肉の持つ熱運動のエネルギーとなり筋肉の温度上昇に使われるとする。なお、筋肉から外部への熱の移動は無視する。

使われた化学エネルギーを E [J] とし、そのうち腱の弾性エネルギーとして蓄えられた割合は r ($0 < r < 1$) であったとする。

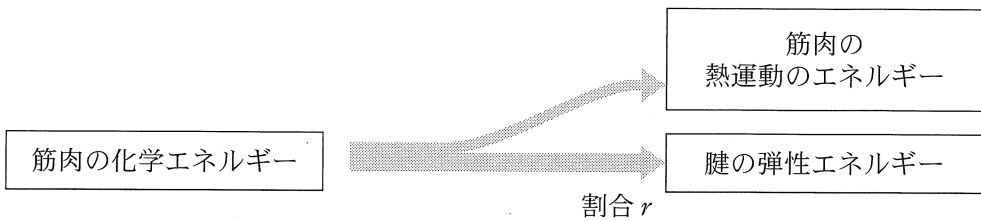


図5 筋肉によるエネルギーの変換

問 9 次の空欄に当てはまる数式を答えなさい。

このとき、筋肉が腱に行った仕事の大きさは であり、筋肉の温度上昇に使われたエネルギーの大きさは である。また、筋肉の化学エネルギーと腱の弾性エネルギー、および筋肉の熱運動のエネルギーの合計の変化は であり、さまざまな形態のエネルギーを含めたエネルギー保存の法則が成り立つことがわかる。

問10 質量 1.0×10^{-3} kg の筋肉が仕事を行ったところ、筋肉の温度は 2.4×10^{-3} K だけ上昇した。このとき、筋肉が行った仕事の大きさを、有効桁数を2桁として求めなさい。ただし、筋肉の比熱を 3.3×10^3 J/(kg·K) とし、 $r = 0.70$ とする。

問題 3 (化 学)

問 1 単体の水素 H_2 は常温では無色無臭の気体である。 H_2 は、工業的には、石油や天然ガスと高温の水蒸気との反応でつくられる。実験室では、亜鉛 Zn や鉄などの金属と酸の反応によって H_2 を発生させる。これらの方法の他に、 H_2 は水を **ア** することによっても得られる。

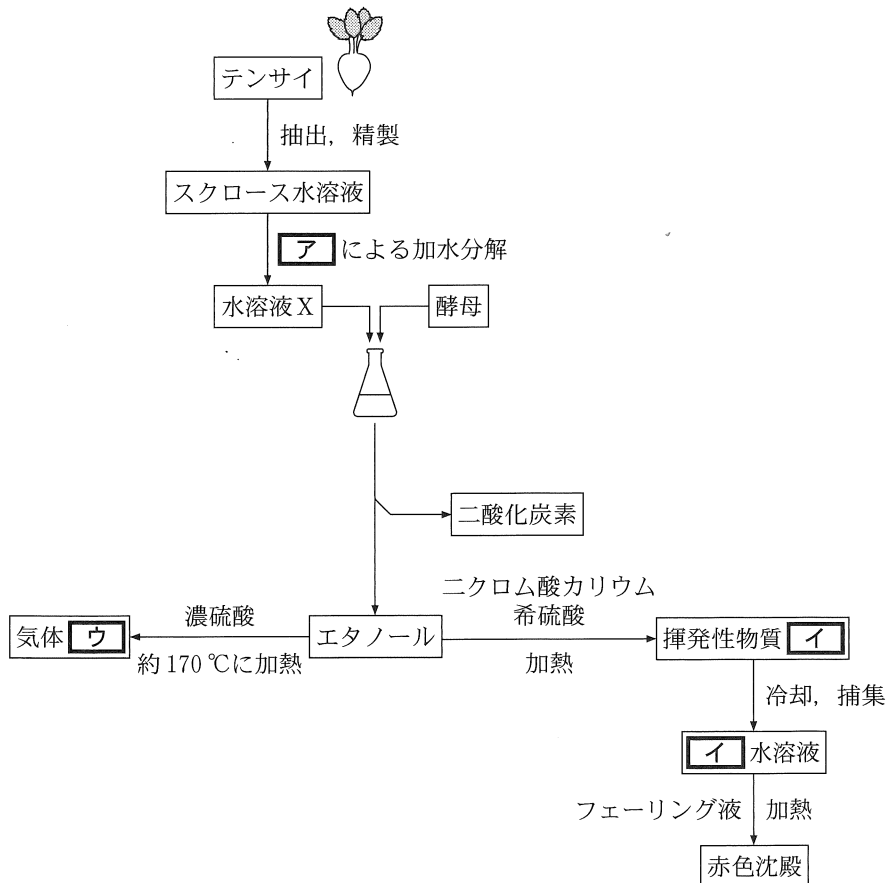
H_2 は高温では金属の酸化物から酸素を奪う性質がある。このことは、例えば、 H_2 と加熱した酸化銅(II) CuO との反応でみられる。

水素 は、陽性の強い金属元素であるナトリウムやカルシウムとは **イ** としてイオン結合をつくることでそれぞれ **ウ** や **エ** となり、非金属元素とは共有結合をつくることで メタン CH_4 や アンモニア NH_3 などの化合物となる。

- 1) 上の文中の空欄 **ア** に適切な語句を、**イ** にイオンの名称を、**ウ** と **エ** に化合物の名称をそれぞれ書きなさい。
- 2) 下線部(A)の Zn は両性金属で、強塩基である水酸化ナトリウムの水溶液とも反応して H_2 が発生する。この反応を化学反応式で書きなさい。
- 3) 下線部(B)を化学反応式で書きなさい。また、この反応の前後における水素原子の酸化数をそれぞれ答えなさい。
- 4) 下線部(C)の CH_4 の説明として正しいものを次の中からすべて選び、(a)~(e)の記号で書きなさい。
 - (a) 天然ガスの主成分で都市ガスとして利用される。
 - (b) 常温常圧では空気よりも重い。
 - (c) 分子全体としては極性を示す。
 - (d) 塩素 Cl_2 と混合して光を当てると反応が起こる。
 - (e) ウシの胃で有機物が微生物により分解される過程で発生する。
- 5) 下線部(D)の NH_3 について、窒素 N_2 と H_2 から NH_3 が生じる可逆反応は $N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3$ と表される。ここで、 N_2 2.0 mol と H_2 5.0 mol を 8 L 容器に入れ、ある温度に保つと、この可逆反応は平衡状態となり NH_3 2.0 mol を生じた。この温度における平衡定数 K を求めなさい。考え方がわかるように途中の計算式等を解答欄に書き、単位も含めて答えなさい。

問 2 砂糖の主成分であるスクロースはテンサイ(別名：砂糖大根，シュガービート)の根など，多くの植物に含まれており，甘味を呈し，その化学構造から二糖類に分類される。下の図のように，スクロース水溶液に対し，加水分解酵素である **ア** を作用させ完全に分解すると，甘味を呈する無色の水溶液 X が得られた。この水溶液 X に酵母を加えたところ，二酸化炭素とエタノールが生成した。^(A)

次に，エタノールが示す反応性を調べた。エタノールに二クロム酸カリウムと希硫酸を混合して加熱すると，刺激臭を有する揮発性物質 **イ** が生成した。これを冷却により捕集した水溶液 (**イ** 水溶液) にフェーリング液を添加し加熱すると，赤色の沈殿を生じた。また，エタノールを濃硫酸と混合し約 170℃ に加熱すると，かすかに甘い匂いのする気体 **ウ** が発生した。



- 1) 空欄 **ア** ~ **ウ** に入る適切な語句を書きなさい。
- 2) 下線部(A)について、次の問いに答えなさい。
- (1) 水溶液 X に含まれる 2 種類の単糖の名称を書きなさい。
 - (2) このような酵母の働きを何と呼ぶか、名称を書きなさい。
 - (3) このエタノールが生成する反応を、化学反応式を用いて書きなさい。
- 3) 下線部(B)について、次の問いに答えなさい。
- (1) **イ** 水溶液が示すこのような性質を何と呼ぶか書きなさい。
 - (2) 生じた赤色沈殿の組成式を書きなさい。
 - (3) フェーリング液に対し **イ** 水溶液と同様の反応性を示すものを下から 1 つ選び、番号で書きなさい。
 - ① スクロース水溶液
 - ② 水溶液 X
 - ③ エタノール
- 4) 下線部(C)について、次の問いに答えなさい。
- (1) この反応を、化学反応式を用いて書きなさい。
 - (2) ある量のスクロースから得られた水溶液 X に酵母を加えたところ、 5.0 mol の二酸化炭素が発生した。このとき生成したエタノールが下線部(C)に従いすべて反応したとする。その際に生じた気体 **ウ** を水上置換により完全に回収したとき、体積は何リットルか求めなさい。考え方が分かるように説明し、小数点以下は四捨五入して答えなさい。なお、気体はすべて理想気体として取り扱い、測定時の温度は $30 \text{ }^\circ\text{C}$ とする。このときの大気圧は $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、水の飽和蒸気圧は $4.2 \times 10^3 \text{ Pa}$ とする。原子量は $\text{C} = 12$ 、 $\text{H} = 1.0$ 、 $\text{O} = 16$ 、気体定数は $8.3 \times 10^3 \text{ Pa}\cdot\text{L}/(\text{K}\cdot\text{mol})$ を用いなさい。

問題 4 (生 物)

問 1 肝臓はヒトの体内で最大の臓器であり、その機能は多岐にわたる。ヒトの肝臓の機能には次のようなものがある。

- ① アルブミンやフィブリノーゲン、グロブリンなどの血しょうタンパク質を合成する。
- ② 尿素回路によって、 の分解産物であるアンモニアを最終的に尿素に変える。
- ③ ビリルビンと胆汁酸が主成分の胆汁を生成する。胆汁は胆管を通過して胆のうに運ばれた後、 へと放出され の消化を補助する。
- ④ で吸収され 脈を通過して肝臓に入ったグルコースの一部を に変えて貯蔵する。また、必要に応じて を分解してグルコースに戻したり、さらにグルコースが不足すると から糖を合成したりして血糖値を調節する。
- ⑤ エタノールや過酸化水素など有害物質を解毒する。

1) 文中の空欄 ~ に当てはまる最も適切な語句を答えなさい。

2) ①のフィブリノーゲンの生体内における主要な機能を 25 字以内で答えなさい。

3) ヒトでは②のようにアンモニアを尿素に変えて排出するが、生物の種類や発達段階によって窒素化合物の代謝経路は異なる。解答欄に示した動物が主に排出する窒素化合物を次の(a)~(c)からそれぞれ 1 つずつ選び、記号で答えなさい。

(a) アンモニア (b) 尿酸 (c) 尿素

4) ③のビリルビンはあるタンパク質の分解物をもとにつくられる。このタンパク質の名前を答えなさい。

- 5) ⑤の過酸化水素は酸素と水に分解される。室温の3%過酸化水素水に表のア～クの物質を加え、表のpH条件下で反応させたときに、酸素がさかんに発生したものをすべて選び、記号で答えなさい。

表

	過酸化水素水に加えた物質	pH
ア	90℃で5分間加熱したブタの肝臓片	7
イ	90℃で5分間加熱した酸化マンガン(IV)	7
ウ	90℃で5分間加熱した石英砂	7
エ	ブタの肝臓片	2
オ	ブタの肝臓片	7
カ	ブタの肝臓片	11
キ	すりつぶしたブタの肝臓片	7
ク	すりおろしたダイコンの根	7

問2 生物の持つ遺伝的な性質が世代を重ねるにつれて変化していくことを進化という。これまで進化が起こるしくみについて、様々な説が唱えられてきた。

- 1) フランスのラマルクは、進化のしくみを「生存中によく使用した器官は世代を重ねるに従い発達し、使用しなかった器官は徐々に退化していく」と説明した。
- (1) ラマルクの唱えた進化についての説を何とというか、答えなさい。
- (2) ラマルクの説は遺伝学によって否定されている。その理由を25字以内で答えなさい。
- 2) イギリスのダーウィンは、自然選択説を唱え、進化の過程を次のように説明した。
- ① 集団内に多様な変異が存在する
 - ② 集団内に資源や生活空間などをめぐる競争が起こる
 - ③ 環境に適した形質を持つものが生存や繁殖に有利になる
 - ④ 生存や繁殖に有利な形質が後の世代に受け継がれる
- (1) 共通の祖先をもつ生物が様々な環境に進出し、異なる自然選択を受けることで多様化していくことを何とというか、答えなさい。

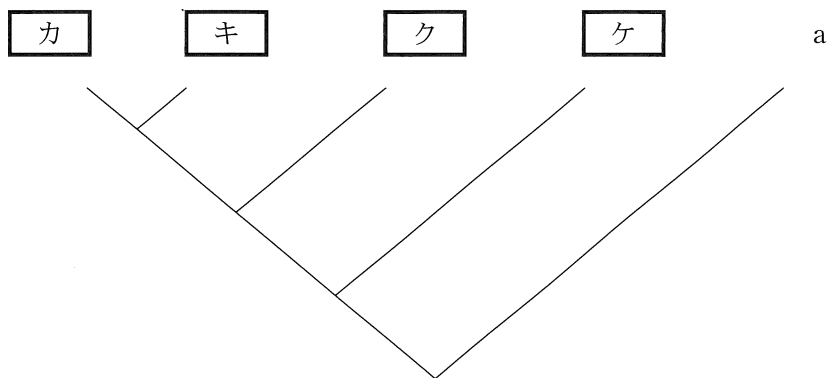
- (2) ある植物種では、草丈が遺伝子によって決まっている。この植物種の集団には、草丈が高い個体と低い個体が存在している。草丈が高い個体は低い個体よりも高い位置に葉を茂らせるため、光合成のための光をより多く獲得することが出来るが、年間を通じて作る種子の数や質はどちらも同じである。個体の特徴が草丈以外全て同じである場合、集団内では草丈の高さを決める遺伝子に対し自然選択がはたらいっているか。解答欄の選択肢から1つ選び、丸で囲みなさい。また、その選択肢を選んだ理由を30字以内で答えなさい。
- 3) 世代を重ねるに従い、核酸やタンパク質に変化が生じていくことを分子進化という。分子進化のしくみを解析することで、生物の進化のしくみについてさまざまな説明がなされるようになった。
- (1) 分子進化について記したア～オの文章から誤った内容を含むものをすべて選び、記号で答えなさい。
- ア. 木村資生^{もとお}は、「DNAの塩基配列に起こる突然変異の大部分は、自然選択に対して有利でも不利でもない」という中立説を提唱した。
- イ. タンパク質を構成するアミノ酸の種類や配列を生物間で比較すると、そのタンパク質のはたらきにとって重要な部位よりも、それ以外の部位で多くの変異が見られる。
- ウ. コドンの3番目の塩基が置換により異なる塩基に変わっても、コードされるアミノ酸は変化しないことが多いため、コドンの1番目や2番目の塩基と比較し、3番目の塩基で起きた突然変異は中立の場合が多い。
- エ. エキソンでは、イントロンと比較し塩基配列の変化速度が大きい。
- オ. 突然変異が、自然選択とは関係なく、偶然によって集団内に広がることがある。この現象を収れん進化といい、種分化の要因の1つと考えられている。

(2) a~eの5種類の生物種について、DNAのある部分の塩基配列を調べたところ表のようになっていた。生物種aは、b~eと最も古い時代に共通祖先から分岐したと仮定し、種分化の過程で起こった突然変異の回数が最も少なくなるよう系統樹を作成したところ、図のようになった。

カ ~ **ケ** に入る生物種をそれぞれ記号で答えなさい。なお、この塩基配列の変異は自然選択の影響を受けず、DNA上の同じ位置では変異が繰り返し生じていないものとする。また、カに入る生物種はaに対し最も遠縁であるとする。

表

生物種	DNA上の位置									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	G	T	T	T	A	G	C	C	A	A
b	G	A	C	T	A	G	A	C	A	A
c	T	A	C	T	T	G	A	C	A	A
d	G	T	T	T	A	G	A	C	A	A
e	T	A	C	T	T	C	A	C	A	C



図

問 3 花粉管が胚のうに達すると、花粉管の中の2つの **A** の核の一方が **B** の核と融合して、受精卵の核(2n)となる。もう一方の **A** の核は中央細胞の2個の **C** と融合し、**D** 核(3n)となる。このような受精を **E** 受精といい、**F** 植物に特有の現象である。イネやコムギなどの種子では、デンプンやタンパク質などの養分が主に **D** に蓄えられているのに対して、ダイズやエンドウなどの種子では **G** に養分が蓄えられている。**D** や **G** に蓄えられた養分は発芽の際に分解され、胚の成長に使われる。

イネを用いて、上の波線部に関する3つの実験を行った。

実験1：収穫直後の種子を発芽に適する条件に置いたが、発芽しなかった。 種子を3か月間室内で保存したのち、同じ条件に置いたところ速やかに発芽した。また3か月間室内で保存した種子に「植物ホルモンX」の溶液を与えると、発芽に適する条件下でも発芽が抑制された。

実験2：収穫後3か月間室内で保存した複数の種子を半分に切り、胚のある側(a)と胚のない側(b, c)に分け、それぞれの切断面を下にしてデンプンを加えた寒天の上に置いた(図1)。この時、(c)を置いた寒天にはジベレリンを添加した。3日後、寒天にヨウ素液を加えヨウ素デンプン反応を調べた。また、種子の切断面におけるアミラーゼ遺伝子のmRNAの分布を調べた。

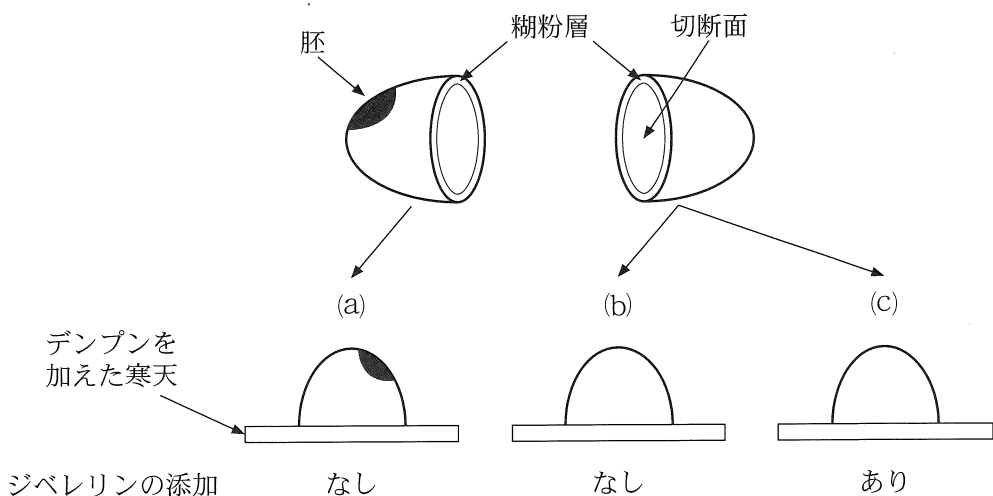


図 1

実験 3 : 胚を取り除き, 吸水させた種子にジベレリンを与えた。その後, アミラーゼ遺伝子と Y 遺伝子から転写される mRNA 量の変化を調べたところ図 2 のようになった。また, ジベレリンと同時に翻訳を阻害する薬剤を与えると, Y 遺伝子の mRNA は図 2 と同様に検出されたが, アミラーゼ遺伝子の mRNA は検出されなかった。なお, Y 遺伝子がコードするタンパク質は, アミラーゼ遺伝子のプロモーター周辺の領域に結合することが知られている。

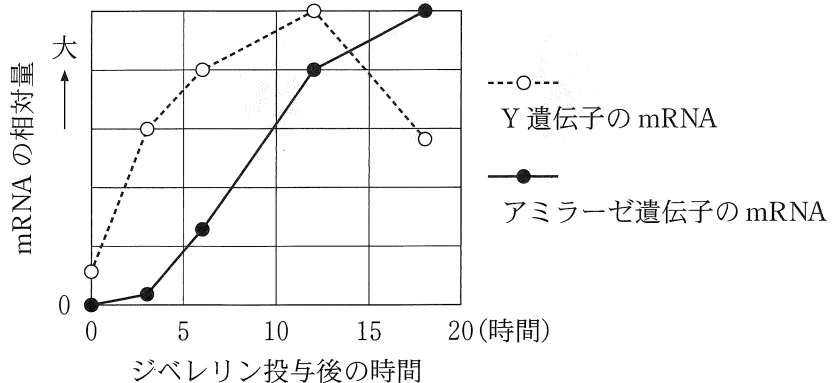


図 2

- 1) 文中の空欄 A ~ G に当てはまる適切な語句を答えなさい。
- 2) 実験 1 の下線の種子の状態を何と呼ぶか, 答えなさい。
- 3) 植物ホルモン X の名前を書きなさい。また, 次の①~⑥の文章のうち植物ホルモン X またはジベレリンに関する記述として, それぞれ正しいものをすべて選び, 記号で答えなさい。
 - ① ダイズの芽生えに与えると胚軸の伸長がみられる。
 - ② 植物を乾燥した条件で育てると増加し, 気孔の孔辺細胞に作用することで気孔を閉じる。
 - ③ 開花前と開花後のブドウの花に処理すると, 種なしブドウができる。
 - ④ リンゴの果実が成熟する過程で, 気体として放出される。
 - ⑤ 植物体内で極性移動を示し, 光屈性に関与する。
 - ⑥ 昆虫による食害を受けると合成が促進される。

- 4) 図1の(a)~(c)について、ヨウ素デンプン反応により種子と接した部分の寒天が青紫色に呈色したものは解答欄の「+」を、呈色しなかったものは「-」を丸で囲みなさい。また、(a)~(c)のそれぞれの種子の切断面におけるアミラーゼ遺伝子の mRNA の分布として正しいものを図3の(ア)~(オ)の中からそれぞれ1つ選び、記号で答えなさい。ただし同じものを複数回選んでもかまわない。

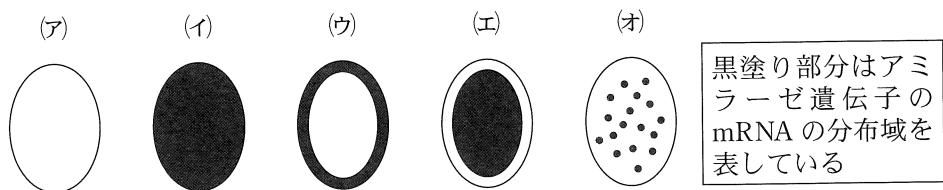


図3

- 5) 実験3の結果をもとに、発芽の際に種子でアミラーゼ遺伝子の転写が誘導される過程を「ジベレリンにより」に続けて、「Y 遺伝子」, 「アミラーゼ遺伝子」, 「タンパク質」の3つの語句を用いて65字以内で説明しなさい。なお、これらの語句は繰り返し用いてもかまわない。

問題 5 (数 学)

問 1 次の問いに答えなさい。

- 1) $t = \cos 2\theta$ とするとき, $(\sqrt{6} \sin \theta)^2$ を t の式で表しなさい。ただし, θ は実数とする。
- 2) 複素数 $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}i}{\sqrt{3} + \sqrt{2}i}$ の実部を答えなさい。ただし, i は虚数単位とする。
- 3) $\frac{1}{2}$, $2^{\frac{1}{2}}$, $\log_2 \sqrt{3}$ の大小を不等号を用いて表しなさい。

問 2 1 個のさいころを n 回投げるとき, 出る目を順に Y_1, Y_2, \dots, Y_n とする。

$$M_n = Y_1 \times Y_2 \times \dots \times Y_n$$

とすると, 整数 j, k, m を用いて,

$$M_n = 2^j \times 3^k \times 5^m$$

と表すことができる。このとき, j が奇数である確率を p_n とする。ただし, n は自然数である。

- 1) $n = 1$, $Y_1 = 6$ のとき, j, k, m の値をそれぞれ求めなさい。
- 2) $n = 3$, $Y_1 = 2$, $Y_2 = 4$, $Y_3 = 5$ のとき, M_3, j, k, m の値をそれぞれ求めなさい。
- 3) p_{n+1} を p_n の式で表しなさい。
- 4) p_n を n の式で表しなさい。

問 3 すべての自然数 n について、数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項 a_n , b_n をそれぞれ

$$a_n = (-1)^n \times 2\sqrt{n},$$

$$b_n = -(n-5)^2 + 13$$

で定義し、放物線 C_n を

$$C_n : y = -(x - a_n)^2 + b_n$$

で定義する。自然数 n を 1 つ選び、2 つの放物線 C_n と $C : y = x^2$ が異なる 2 点で交わる時、2 つの交点の x 座標をそれぞれ w_n , z_n とし、2 つの放物線 C_n と C で囲まれた図形の面積を S_n とする。放物線 C_n と C が接する。または共有点をもたないときは、 $S_n = 0$ とする。ただし、 $w_n < z_n$ とする。

- 1) $n = 3$ のとき、 w_3 , z_3 の値をそれぞれ求めなさい。
- 2) $S_n > 0$ となる n の値をすべて求めなさい。
- 3) $S_n > 0$ となる n を 1 つ選ぶとき、 x 座標が等しく、放物線 C_n の接線の傾きと放物線 C の接線の傾きが等しくなるような接点が放物線 C_n , C 上にそれぞれ 1 つ存在する。その接点をそれぞれ T_n , T とし、点 T_n , T の x 座標を q_n とすると、 q_n は $w_n < q_n < z_n$ をみたす。
 - (1) q_n を a_n の式で表しなさい。
 - (2) すべての自然数 n について、 $S_n < 8\sqrt{2}$ となることを示しなさい。必要があれば以下の①を用いてよい。

「点 T_n , T における放物線 C_n , C のそれぞれの接線および 2 つの直線 $x = w_n$, $x = z_n$ で囲まれた図形の面積」は S_n より大きい。……①